

dr inż. Robert Studziński*
mgr inż. Paweł Ordziniak**

Analiza globalna konstrukcji stalowych w ujęciu Eurokodu 3

stotą projektowania konstrukcji budowlanych jest odwzorowanie ich stanu rzeczywistego odpowiednim modelem obliczeniowym, przy jak najmniejszych rozbieżnościach i przy rozsądnym poziomie szczegółowości modelu z punktu widzenia praktyki projektowej. Wymaga to przyjęcia odpowiedniego modelu fizycznego i odpowiednich metod analizy statycznej, wytrzymałościowej oraz statecznościowej. W ujęciu praktycznym sprowadza się to do analizy globalnej, czyli wyznaczenia adekwatnego zbioru obwiedni sił przekrojowych i przemieszczeń, który jest w równowadze ze zbiorem oddziaływań zewnętrznych.

Wrażliwość na efekty II rzędu

Analiza globalna konstrukcji stalowych wg Eurokodu 3 [1] może być prowadzona ze względu na właściwości fizyczne materiału jako analiza liniowo-sprężysta lub nieliniowa (sprężysto-plastyczna) oraz ze względu na geometrię i równania statyki, tj. jako analiza I lub II rzędu. Wyznaczenie sił przekrojowych na podstawie analizy I rzędu wiąże się z założeniem pierwotnej geometrii układu. W przypadku analizy II rzędu do obliczeń statycznych przyjmuje się odkształconą geometrię układu, przez którą rozumie się deformację całego układu (globalne efekty drugiego rzędu $P - \Delta$) oraz poszczególnych elementów (lokalne efekty drugiego rzędu $P - \delta$). Miarą wrażliwości konstrukcji na efekty II rzędu jest mnożnik obciążenia krytycznego odpowiadający niestateczności sprężystej układu α_{cr} (por. p. 5.2.1 [1]). Im większa wartość α_{cr} , tym mniejszy przyrost sił wewnętrznych i momentów w wyniku odkształceń obciążonej konstrukcji (mniejsze są efekty drugiego rzędu).

W tabeli przedstawiono typy globalnych analiz sprężystych w zależności od wartości α_{cr} , gdzie:

- **A – analiza I rzędu**; uwzględnienie imperfekcji globalnej (przechyłowej) pozwala przyjąć długość wyboyczeniową słupa w płaszczyźnie układu równą jego długości teoretycznej (wynikającą z geometrii); niewprowadzenie tej imperfekcji skutkuje koniecznością uwzględnienia długości wyboyczeniowej słupa zgodnej z przechyłową postacią wyboyczenia układu;

- **B – analiza I rzędu bez imperfekcji**; długość wyboyczeniowa słupa w płaszczyźnie układu jest wyznaczana na podstawie przechyłowej postaci wyboyczenia; weryfikacja węzłów i rygli wymaga amplifikacji obciążeń poziomych (por. p. 5.2.2 (5) [1]);

- **C – analiza I rzędu z wprowadzoną imperfekcją globalną i zastosowaną amplifikacją obciążeń poziomych** (wzór 5.4 [1]); długość wyboyczeniowa słupa równa jest jego długości teoretycznej;

- **D – analiza II rzędu z uwzględnieniem imperfekcji lokalnych i globalnych**; weryfikacja stateczności słupa w płaszczyźnie układu sprowadza się do sprawdzenia nośności jego przekroju.

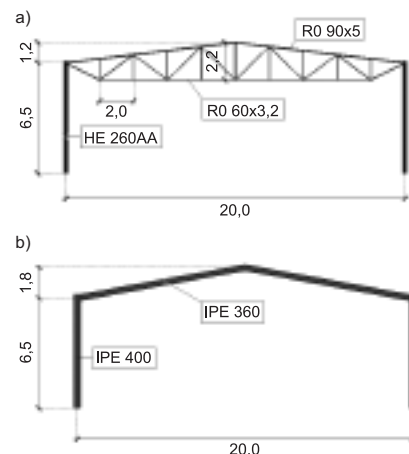
Typy ^{*)} analizy sprężystej w zależności od α_{cr}

Typy analizy sprężystej w zależności od α_{cr}			Typ konstrukcji
$\alpha_{cr} \geq 10$	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$	$\alpha_{cr} < 3$	
niewrażliwy na efekty II rzędu	wrażliwy na efekty II rzędu		
A	B lub C lub D	D	ramy jednokondygnacyjne i układy wielokondygnacyjne słupowo-belkowe
A	D	D	inne układy konstrukcyjne

^{*)} opis w artykule

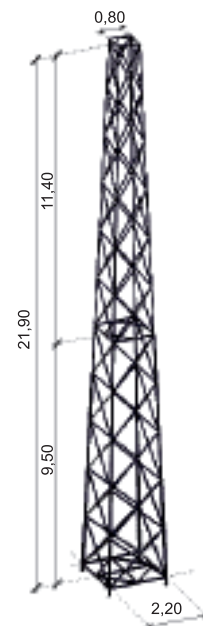
Podejście praktyczne do analizy II rzędu

W przypadku konstrukcji złożonych (rysunek 1a i 2) może okazać się, że wprowadzenie lokalnych imperfekcji jest bardzo pracochłonne (typ D).



Rys. 1. Geometria ramy portalowej z ryglem: a) kratowym; b) pełnościennym. Analiza 2D

Alternatywą, zgodnie z punktem 5.2.2. (7b) normy [1], jest wyznaczenie momentów i sił wewnętrznych za pomocą analizy II rzędu, z uwzględnieniem imperfekcji globalnej. **Sprawdzenie samej nośności przekroju (por. p. 6.2 [1]) jest wtedy niewystarczające i należy uzupełnić je o sprawdzenie nośności elementu, przyjmując długość wyboyczeniową równą jego długości teoretycznej (por. p. 6.3 [1]).** W przypadku zastosowania programów komputerowych sprawdzenie nośności i tak opiera się najczęściej na formułach bazujących na nośności elementu, natomiast możliwość przyjęcia długości teoretycznej dodatkowo upraszcza to podejście, ponieważ nie ma konieczności szacowania długości wyboyczeniowej elementu na podstawie jego postaci wyboyczenia.



Rys. 2. Geometria przestrzennej więzy kratowej. Analiza 3D

* Politechnika Poznańska, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska
** GammaCAD Sp. z o.o.

Wyznaczanie α_{cr}

W przypadku ram jednokondygnacyjnych i układów wielokondygnacyjnych α_{cr} można wyznaczać w sposób uproszczony (wzór 5.2 [1]). Podejście to nie jest jednak zalecane z uwagi na silną zależność mnożnika α_{cr} od stopnia statycznej niewyznaczalności konstrukcji, co było poruszane w wielu podręcznikach dotyczących stateczności konstrukcji [2 i 3]. **Za zasadne, zwłaszcza w praktyce projektowej, uznaje się więc wyznaczanie α_{cr} na podstawie numerycznej analizy statecznościowej [4] całego układu konstrukcyjnego.** Miarodajna do oceny wrażliwości konstrukcji na efekty II rzędu jest taka wartość α_{cr} , która odnosi się do pierwszej postaci przechyłowej wybożenia układu [5].

Przykłady analizy

W obliczeniach wykorzystano węgierski program do analizy i wymiarowania konstrukcji AxisVM, którego atutem jest przejrzysty interfejs i rozbudowane możliwości. Od 2013 r. jest on dystrybuowany w spolszczonej wersji przez firmę GammaCAD Sp. z o.o.

AxisVM umożliwia przeprowadzenie globalnej analizy wybożeniowej układów przestrzennych, której wynikiem jest zadana liczba postaci wybożenia z przyporządkowanymi wartościami α_{cr} . Miarodajne wyniki analizy elementów prętowych są dostępne po wcześniejszym „posiatkowaniu” elementów, do czego służy odpowiednie polecenie. Wystarczająco dokładne wyniki uzyskuje się zwykle przy podziale prętów na co najmniej 6 elementów skończonych.

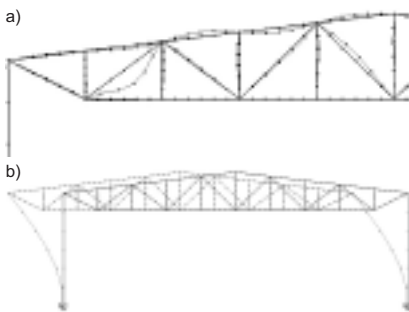
Wyznaczono mnożnik obciążenia krytycznego odpowiadający niestateczności sprężystej α_{cr} następujących układów: rama portalowa z rygłem pełnościennym (rysunek 1b), rama portalowa z rygłem kratowym (rysunek 1a) oraz przestrzenna wieża kratowa (rysunek 2). Rozpatrywano układy konstrukcyjne ze stali S235 obciążone ciężarem własnym i obciążeniem klimatycznym odpowiednim dla Poznania. Wartość mnożnika α_{cr} zależy od obciążenia, dla którego jest wyznaczana (por. wzór 5.1 [1]). Z teoretycznego punktu widzenia kombinacja, która daje największe siły ści-

skające w słupach, związana jest z najmniejszą wartością α_{cr} . Ewentualne towarzyszące obciążenie poziome może tę wartość zaniżyć. W prezentowanych przykładach analiza statecznościowa poprzedzona została analizą statyczną i wymiarowaniem elementów na poziomie 80 – 99%.

Na rysunku 3 przedstawiono pierwszą postać wybożeniową ramy portalowej, która jest jednocześnie jej pierwszą postacią przechyłową. Mnożnik $\alpha_{cr,1} = 13,917$, zatem konstrukcja nie jest wrażliwa na efekty II rzędu (tabela). W przypadku ramy z rygłem kratowym, jej pierwsza dodatnia postać wybożenia $\alpha_{cr,13} = 7,564$ związana jest z utratą stateczności krzyżulca ściskanego. Pierwsza przechyłowa postać wybożenia wystąpi przy $\alpha_{cr,24} = 11,130$ (rysunek 4). Zatem, uznając za miarodajne przy ocenie wrażliwości na efekty II rzędu te postacie wybożenia, które dotyczą jej globalnej mody, analizowana konstrukcja jest niewrażliwa.

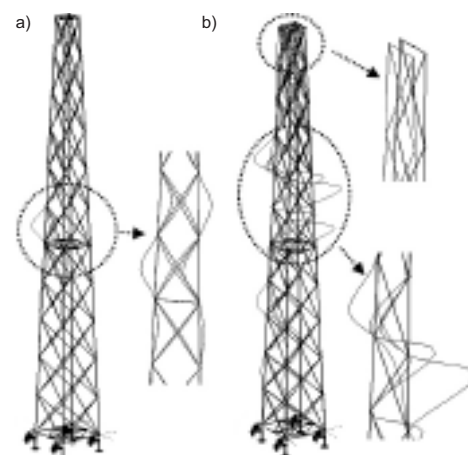


Rys. 3. Pierwsza postać wybożeniowa ramy portalowej z rygłem pełnościennym



Rys. 4. Stateczność ramy portalowej z rygłem kratowym: a) pierwsza dodatnia postać wybożeniowa; b) pierwsza przechyłowa postać wybożenia

W trzecim przypadku (rysunek 2) pierwsza dodatnia postać wybożeniowa związana jest z utratą stateczności prętów zakratowania, $\alpha_{cr,1} = 8,329$ (rysunek 5a). Pierwsza wyraźna postać przechyłowa odpowiada dziewiątej modzie wybożeniowej, $\alpha_{cr,9} = 10,352$ (rysunek 5b).



Rys. 5. Przestrzenna wieża kratowa: a) pierwsza postać wybożeniowa – lokalna; b) pierwsza przechyłowa postać wybożenia (interakcyjna)

W związku z tym, że obok postaci przechyłowej pojawia się lokalna postać wybożenia pręta zakratowania wieży, moda jest interakcyjna. Analizowana konstrukcja jest również niewrażliwa na efekty II rzędu.

Podsumowanie

Aktualne wymagania dotyczące projektowania konstrukcji stalowych wg Eurokodu, szczególnie zawarte w punkcie 5.2 i 5.3, w większości przypadków zmuszają projektanta do przeprowadzenia pełnej numerycznej analizy wybożeniowej układu. Mając na uwadze brak wytycznych dotyczących minimalnej smukłości elementów ściskanych, przeprowadzenie analizy wybożeniowej pozwala na określenie „słabych ogniw” w konstrukcji. Prawdopodobnie przeprowadzona analiza wybożeniowa uzupełnia analizę statyczną, dając pełniejszy obraz pracy konstrukcji pod zadanymi obciążeniami.

Literatura

- [1] Eurokod 3. PN-EN 1993-1-1:2006 Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [2] Timoshenko S. P., Gere J. M., Theory of elastic stability, McGraw-Hill, 1961.
- [3] Bazant Z. P., Cedolin L., Stability of structures: elastic, inelastic, fracture, and damage theories, Dover Publications, 2003.
- [4] Yang Y. B., Kuo S. R., Consistent frame buckling analysis by fine element method. Journal of Structural Engineering, 117 (4), 1053–1069, 1991.
- [5] Bródka J., Broniewicz M., Projektowanie konstrukcji stalowych wg Eurokodów, Polskie Wydawnictwo Techniczne, Rzeszów, 2010.