

dr inż. Robert Studziński¹⁾
mgr inż. Paweł Ordziniak²⁾

Wybrane aspekty modelowania prętowych konstrukcji stalowych

Modeling of steel skeletal structures – selected aspects

DOI: 10.15199/33.2016.12.21

Streszczenie. W artykule przedstawiono rodzaje analizy globalnej prętowych konstrukcji stalowych. Rozważania dotyczą uwzględnienia wpływu zarówno zdeformowanej geometrii ustroju prętowego, jak i ewentualnej nieliniowości materiałowej. Przedstawiona systematyka analiz globalnych bazuje na wymaganiach Eurokodu 3. Rozważania podsumowuje przykład przestrzennej analizy globalnej stalowej konstrukcji prętowej.

Słowa kluczowe: analiza globalna, analiza liniowa, analiza nieliniowa, imperfekcje, przestrzenne konstrukcje stalowe, Eurokod 3.

Podstawowym wymaganiem prawidłowo przeprowadzonej **analizy globalnej** konstrukcji prętowej jest zapewnienie, że zdefiniowany przez projektanta model numeryczny konstrukcji prawidłowo odzwierciedla jej lokalną i globalną odpowiedź mechaniczną. Wymaga to uwzględnienia właściwych parametrów geometrycznych elementu i przekroju oraz właściwej definicji charakterystyk fizycznych materiału i połączeń między elementami. Zgodnie z Eurokodem 3 [4] przez **analizę globalną** rozumie się wyznaczenie spójnego zbioru sił przekrojowych i przemieszczeń wszystkich elementów analizowanej konstrukcji, zapewniając równowagę tych zbiorów z przyjętym zbiorem obciążeń. Przez ustrój prętowy (płaski lub przestrzenny) rozumie się konstrukcję złożoną z bezpośrednio połączonych elementów prętowych [4].

W analizie globalnej **wpływ deformacji struktury prętowej na wielkość sił wewnętrznych** (aspekt geometrii) uwzględnia się wg:

- analizy I rzędu (liniowe związki geometryczne) lub
- analizy II rzędu (nieliniowe związki geometryczne).

W celu rozróżnienia rodzaju analizy należy określić mnożnik obciążenia krytycznego α_{cr} . W przypadku prętowych struktur przestrzennych i większości układów płaskich wyznaczenie wiarygodnej wartości α_{cr} wymaga przeprowadzenia **liniowej analizy wybocheniowej**. Podejście to omówiono m.in. w [7].

W analizie konstrukcji prętowych, oprócz uwzględnienia wpływu geometrii, należy przyjąć **odpowiedni model materiału** (aspekt materiałowy):

- sprężysty (analiza liniowa) lub
- sprężysto-plastyczny (analiza nieliniowa).

Wymierną korzyścią ze stosowania modelu sprężysto-plastycznego w przypadku zginanych układów prętowych są oszczędności materiałowe związane z wykorzystaniem rezerw wynikających z nośności plastycznej przekrojów. Stosowanie teorii plastyczności w analizie konstrukcji wymaga spełnienia określonych kryteriów geometrycznych i materiałowych. Aspekt geometryczny ogranicza stosowanie teorii plastyczności m.in. do elementów zginanych (bez skręcania) o przekroju klasy 1 oraz ele-

Abstract. In the paper the global analyses of steel skeletal space structures are presented. The aspects of the use of a deformed or undeformed geometry as well as the use of a nonlinearity of a material model are considered. The presented global analyses follow the guidelines included in Eurocode 3. The theoretical assumptions are illustrated by an example global analysis of a skeletal space structure.

Keywords: global analysis, linear analysis, nonlinear analysis, imperfections, spatial steel structures, EC 3.

mentów zabezpieczonych przed zwichrzeniem i podpartych z płaszczyzny wybożenia w miejscu potencjalnych przegubów plastycznych. Z kolei aspekt materiałowy wymaga użycia stali o odpowiednio „długiej” półce plastycznej. Tak jest, gdy stal konstrukcyjna ma zarówno odpowiednią wydłużalność $A_5 > 15\%$, jak i odpowiednią fazę wzmocnienia, wyrażoną przez stosunek wytrzymałości na zerwanie do granicy plastyczności $R_m/R_e > 1,1$. Przykładowe zestawienie właściwości konstrukcyjnej stali niestopowej, odpowiedniej do analizy sprężysto-plastycznej w przypadku ścianek elementów konstrukcyjnych grubości $3 \text{ mm} \leq t \leq 16 \text{ mm}$ przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Zestawienie parametrów mechanicznych wybranej stali konstrukcyjnej niestopowej wg [5]

Table 1. The set of mechanical parameters of selected structural steel according to [5]

Gatunek stali	$R_{e, \min}^{(*)}$ [MPa]	$R_m^{(**)}$ [MPa]	$R_m/R_{e, \min}$ [-]	$A_{5, \min}^{(***)}$ [%]
S235J0/JR	235	360	1,53	26
S275J0/JR	275	410	1,49	23
S355J0/JR	355	470	1,32	22
S450J0	450	550	1,22	17

* $R_{e, \min}$ – granica plastyczności; ** R_m – wytrzymałość na rozciąganie; *** $A_{5, \min}$ – wydłużenie względne (procentowe)

Cztery podstawowe analizy globalne stalowych konstrukcji prętowych nie wyczerpują wszystkich możliwych rodzajów analiz tego typu konstrukcji. Szczegółowe zestawienie analiz globalnych wg Eurokodu 3 [4] i literatury przedmiotu [1, 3] przedstawiono w tabeli 2, przyjmując następujące oznaczenia: N – nieodkształcona, O – odkształcona, L – liniowy, NL – nieliniowy. Wynika z niej, że analiza nieliniowa może być przeprowadzana na podstawie teorii pierwszego rzędu. Przypadek taki zachodzi dla analizy MNA, gdzie plastyczny model materiału wymusza analizę nieliniową, ale bez uwzględniania nieliniowości geometrycznej. W komputerowych programach obliczeniowych analizę nieliniową wymusza aktywowanie przynajmniej jednej opcji: nieliniowa związki geometryczne (teoria II rzędu); model plastyczny materiału lub imperfekcje (jako początkowe przemieszczenie węzłów konstrukcji). Wybór analizy uzależniony jest od złożoności i zaawansowania zadania projektowego oraz umiejętności projektanta, co wynika z konieczności wprowadzenia zarówno odpowiedniej liczby, jak i odpowiedniego typu danych w przypadku

¹⁾ Politechnika Poznańska, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska

²⁾ GammaCAD

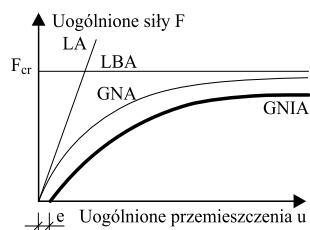
^{*}) Adres do korespondencji: robert.studzinski@put.poznan.pl

Tabela 2. Rodzaje analiz konstrukcji prętowych
Table 2. The global analyses of skeletal structures

L.p.	Nazwa analizy	Pierwotna geometria układu	Model materiału	Komentarz
1	Analiza geometrycznie i materiałowo liniowa (LA)	N	L	a) superpozycja skutków b) liniowe związki geometryczne c) należy rozpatrzyć potrzebę wprowadzenia imperfekcji zastępczych
2	Liniowa analiza wyoboczeniowa (LBA)	N	L	a) pozwala na określenie mnożnika obciążenia krytycznego b) liniowe związki geometryczne
3	Analiza geometrycznie nieliniowa (GNA)	N	L	a) brak superpozycji skutków b) nieliniowe związki geometryczne c) pozwala na analizęciągien
4	Analiza materiałowo nieliniowa (MNA)	N	NL	a) brak superpozycji skutków b) liniowe związki geometryczne c) dla stali o odpowiedniej ciągliwości ($f_u/f_y \geq 1,1$; $\epsilon_u \geq 15 \epsilon_y$) d) przekroje klasy 1 e) konieczne odpowiednie oprogramowanie
5	Analiza geometrycznie i materiałowo nieliniowa (GMNA)	N	NL	a) jak w 4. poza pkt. b b) nieliniowe związki geometryczne c) pozwala na analizęciągien
6	Sprężysta analiza geometrycznie nieliniowa z imperfekcjami (GNIA)	O	L	a) jak w 3. b) wprowadzone imperfekcje geometryczne
7	Analiza geometrycznie i materiałowo nieliniowa z imperfekcjami (GMNIA)	O	NL	a) jak w 5. b) wprowadzone imperfekcje geometryczne

zaawansowanych analiz. Różnice w podejściach analitycznych przedstawiono schematycznie na rysunku 1 za pomocą hipotetycznych ścieżek równowagi reprezentujących wybrane analizy globalne. Na osi rzędnych określono uogólnione siły F, na osi odciętych uogólnione przemieszczenia u, a wartość e oznacza uogólnioną imperfekcję geometryczną (lokalną i/lub globalną). W przypadku projektowania prętowych konstrukcji stalowych należy odróżnić imperfekcje wprowadzane w analizie stężeń od imperfekcji wprowadzanych w ramach analizy globalnej.

W przypadku stalowych konstrukcji prętowych pozostaje do rozważenia jeszcze aspekt właściwego modelowania węzłów. Zgodnie z Eurokodem 3 [6], ze względu na rodzaj węzłów, wyróżnia się układy ciągle o węzłach sztywnych, układy niepełnociągłe o węzłach podatnych i układy proste o węzłach przegubowych. W przypadku układów niepełnociągłych, rozkład sił wewnętrznych i przemieszczeń zależy od poziomu obciążenia konstrukcji (nieliniowość geometryczna), a węzły podatne definiuje się jako połączenia o skończonej podatności. Zagadnienia te nie są przedmiotem artykułu.

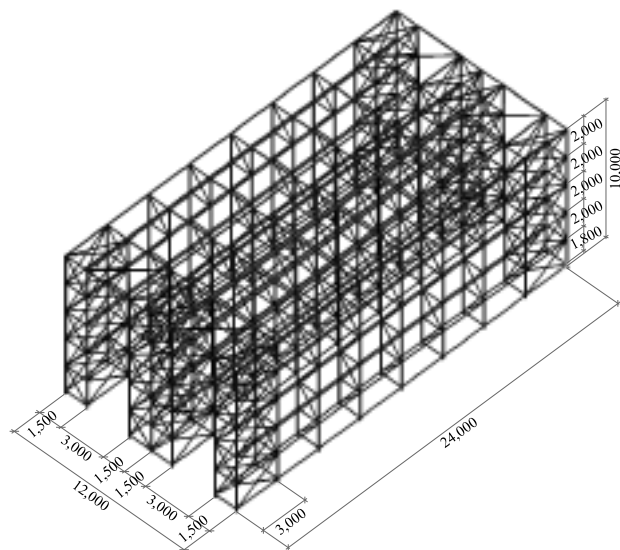


Rys. 1. Hipotetyczne ścieżki równowagi (opis w tekście i tabeli 1)

Fig. 1. The hypothetical load paths (description in the main text and in table 1)

Przykład obliczeniowy

Przedmiotem przestrzennej analizy globalnej jest hipotetyczny magazyn wysokiego składowania, przez który rozumie się obiekt budowlany, w którym elementy regałów stanowią dodatkowo konstrukcję nośną elementów obudowy. Analizowany obiekt ma szerokość 12 m, wysokość 10 m i długość 24 m oraz stężenia w każdym układzie poprzecznym i stężenia ścienne podłużne (rysunek 2). Obiekt zaprojektowano z rur o przekroju kwadratowym wykonanych ze stali S275J0. Pręty zakratowania zdefiniowano jako **proste pręty kratowe**, pozostałe jako **proste pręty zginane**, tj. pręty przestrzenne uwzględniające złożony stan wyężenia: $N, T_x, T_y, M_x, M_y, M_z$. Słupy zamodelowane jako elementy ciągłe zostały przegubowo zamocowane w stopach fundamentowych. Połączenie rygiel-słup przyjęto jako przegubowe. Obliczenia prowadzono w programie AxisVM [2], który w czytelny sposób umożliwia zastosowanie wszystkich wymienionych analiz.



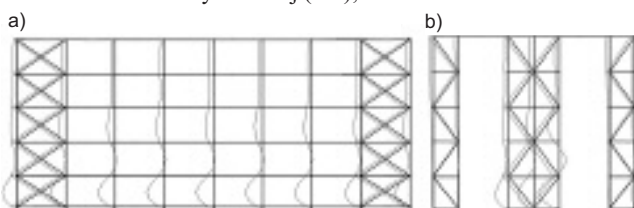
Rys. 2. Izometryczny widok magazynu wysokiego składowania
Fig. 2. The isometric view of a high bay warehouse

Konstrukcja została obciążona ciężarem własnym, zmiennym obciążeniem użytkowym regałów i zmiennym obciążeniem klimatycznym. Założono, że magazyn jest ogólnego przeznaczenia, a dopuszczalne zmienne obciążenie użytkowe przypadające na jedną półkę wynosić będzie 200 kG/m². Magazyn zlokalizowano w Poznaniu, a więc w drugiej strefie obciążenia śniegiem i pierwszej strefie obciążenia wiatrem. Obciążenia klimatyczne (śnieg, wiatr) zostały automatycznie wygenerowane i przyłożone na modelu 3D przez program AxisVM. Wpływ schematu rozłożenia obciążenia użytkowego regałów na wielkość sił wewnętrznych i przemieszczeń nie jest przedmiotem analizy. Przyjęto jeden schemat rozłożenia obciążenia użytkowego regałów: 4 niezależne przypadki obciążeń wzdłuż całej hali. Projektowanie konstrukcji stalowej jest zadaniem o charakterze iteracyjnym, obejmującym:

- 1) uwzględnienie obciążeń standardowych (ciężar własny, użytkowe, klimatyczne itp.);
- 2) wstępną weryfikację – dla wyznaczonej obwiedni sił wewnętrznych przeprowadza się wymiarowanie poszczególnych elementów konstrukcji;

3) liniową analizę wyboczeniową (LBA), która pozwala określić **mnożnik obciążenia krytycznego** α_{cr} dla postaci przechyłowej całego układu w obu płaszczyznach;

4) imperfekcje – należy pamiętać, że obliczenia prowadzone na modelu przestrzennym nie zwalniają konstruktora od rozpatrzenia imperfekcji. Eurokod 3 w rozdziale 5.3 [4] wyróżnia imperfekcje lokalne (łukowe) i przechyłowe (globalne). Konieczność ich uwzględnienia uzależniona jest od wrażliwości konstrukcji na efekty II rzędu. W przypadku układów niewrażliwych na efekty II rzędu można je pominąć w analizie globalnej (imperfekcje przechyłowe można również pominąć w przypadku układów wrażliwych na efekty II rzędu, gdy spełniony jest warunek $H_{Ed} \geq 0,15V_{Ed}$). Przeprowadzona analiza wyboczeniowa obiektu (rysunek 3) wykazała brak postaci przechyłowej wyboczenia stowarzyszonej z wartością $\alpha_{cr} < 10$ zarówno w płaszczyźnie układu poprzecznego, jak i w płaszczyźnie układu podłużnego i pozwoliła na wykluczenie imperfekcji łukowej i przechyłowej w analizie globalnej. Zatem dopuszczalne jest przeanalizowanie układu za pomocą najprostszej w stosowaniu analizy liniowej (LA);



Rys. 3. Postacie wyboczenia konstrukcji magazynu wysokiego składowania (analiza LBA): a) pierwsza postać – przechył w płaszczyźnie układu podłużnego, $\alpha_{cr} = 11,734$; b) druga postać – przechył w płaszczyźnie układu poprzecznego, $\alpha_{cr} = 12,484$

Fig. 3. The buckling modes of a high way warehouse structure (LBA analysis): a) first mode – out of plane sway, $\alpha_{cr} = 11,734$; b) second mode – in plane sway, $\alpha_{cr} = 12,484$

5) wprowadzenie globalnej imperfekcji łukowej stosowanej w analizie stężeń, którą koniecznie należy uwzględnić niezależnie od typu analizy (liniowa, nieliniowa), 5.3.3 normy EC3 [4]. Przyjęta analiza I rzędu wymaga iteracyjnego określenia zastępczej wartości równoważnego obciążenia q_d ze względu na parametr δ_q (wzór 5.13 normy EC3 [4]). W przypadku analizy II rzędu przyjmuje się $\delta_q = 0$.

Charakter iteracyjności analizy globalnej jest więc związany z koniecznością określenia aktualnego rozkładu sił wewnętrznych i aktualnej sztywności konstrukcji (aktualne przekroje elementów), co jest niezbędne do prawidłowego wyznaczenia mnożnika obciążenia krytycznego czy też obciążeń równoważnych od imperfekcji.

W analizowanym przykładzie, pomimo niewrażliwości konstrukcji na efekty II rzędu, obok analizy liniowej (LA) przeprowadzono również analizę nieliniową (GNA). Zestawienie wartości sił wewnętrznych i przemieszczeń otrzymanych w obu analizach wykazało istotne różnice wartości sił wewnętrznych i przemieszczeń prętów układu podłużnego (tabela 3). Znaczne różnice wartości przemieszczeń poziomych w kierunku podłużnym konstrukcji świadczą o dużej podatności układu podłużnego (w tym stężeń podłużnych) oraz skutkują niedoszacowaniem wartości sił ścisających prętów stężeń i rygli podłużnych. Powodem niedoszacowania przemieszczeń konstrukcji w analizie liniowej może być nieuwzględnienie imperfekcji przechyłowych słupów (pomimo że zgodnie z punktem 5.3.2 (3) [4] nie trzeba ich uwzględniać w analizowanym przypadku). Po wprowadzeniu sił zastępczych od imperfekcji przechyłowych w analizie liniowej, kwestionowane war-

Tabela 3. Zestawienie wybranych wartości przemieszczeń i sił wewnętrznych analizy liniowej i nieliniowej

Table 3. The set of selected displacements and internal forces obtained from linear and nonlinear analysis

Parametr	Układ podłużny				Układ poprzeczny			
	pręt	LA	GNA	zmiana [%]	pręt	LA	GNA	zmiana [%]
N_{Ed} [kN]	słup pośredni	69,64	69,59	-0,07	słup szczytowy	21,13	21,34	+0,99
	rygiel podłużny	1,39	8,51	+512,23	rygiel poprzeczny	0,96	0,98	+2,08
	pręt stężenia	-3,99	-11,54	+189,22	pręt stężenia	-14,17	-14,19	+0,14
$M_{z,Ed}$ [kNm]	pręt podłużny	5,21	4,77	-8,45	pręt poprzeczny	2,49	2,54	+2,01
e_y [mm]	słup szczytowy	0,03	0,78	+2500	słup szczytowy	3,07	3,23	+5,21
e_z [mm]	słup szczytowy	-0,76	-0,97	+27,63	słup szczytowy	-13,18	-13,39	+1,59

N_{Ed} – obliczeniowa siła podłużna; $M_{z,Ed}$ – obliczeniowy moment zginający względem osi z; e_y , e_z – przemieszczenie w kierunku odpowiednio osi y i osi z

tości sił „nie poprawiły się” (przykładowo siła w ryglu podłużnym wzrasta z 1,39 kN do 1,52 kN, a siła w pręcie stężenia podłużnego maleje z -3,99 kN do -3,54 kN). Można wywnioskować, że w przypadku niektórych układów, w tym przedstawionego w artykule, analiza liniowa (LA) w połączeniu z imperfekcjami przechyłowymi nie zapewnia wiarygodnego zbioru rozwiązań, a wyznaczenie sił wewnętrznych niezbędnych do wymiarowania poszczególnych elementów konstrukcji powinno zostać przeprowadzone wg analizy uwzględniającej geometrię odkształconą (GNA).

W świetle omówionych wyników proponuje się projektantom, aby wykonywali kontrolną analizę nieliniową dla przestrzennych wielokondygnacyjnych konstrukcji szkieletowych, w przypadku których wartość mnożnika obciążenia krytycznego jest bliska wartości granicznej $\alpha_{cr} \approx 10,0$ dla stowarzyszonej z nią postaci przechyłowej wyboczenia. W przypadku braku rozbieżności między wynikami z analizy liniowej (AL) i nieliniowej (GNA) można pozostać przy analizie liniowej.

* * *

W artykule omówiono podstawowe rodzaje analizy globalnej stalowych konstrukcji prętowych. Na podstawie Eurokodu 3 szczegółowo przedyskutowano kryteria stosowania poszczególnych analiz, w tym istotę teorii plastyczności, teorii I i II rzędu oraz imperfekcji w analizie konstrukcji.

Literatura

- [1] Biegus A. 1997. *Nośność graniczna stalowych konstrukcji prętowych*. Warszawa-Wrocław. Wydawnictwo Naukowe PWN.
- [2] <http://www.gammacad.pl/programy/axisvm/wiedza-i-pomoc-axisvm/podrecznik>, dostęp z 20.10.2016.
- [3] Johansson B. 2005. *Design of Steel Structures – Module 4: Global analysis*. ISBN 91 7127 050 7, Lulea University of Technology.
- [4] PN-EN 1993-1-1:2006 Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [5] PN-EN 10025-2:2007 Wyroby walcowane na gorąco ze stali konstrukcyjnych. Część 2: Warunki techniczne dostawy stali konstrukcyjnych niestopowych.
- [6] PN-EN 1993-1-8:2006 Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów.
- [7] Studziński Robert, Paweł Ordziński. 2014. „Analiza globalna konstrukcji stalowych w ujęciu Eurokodu 3”. *Materiały Budowlane* (9): 69 – 70.

Przyjęto do druku: 28.10.2016 r.